

Szakdolgozat

A transmon qubitek relaxációs és fázisvesztési idejének vizsgálata szabad elérésű kvantumszámítógépeken

Karácsony Márton

2021. május 30.

Témavezető:

Dr. Oroszlány László

Társtémavezető:

Dr. Asbóth János

Eötvös Loránd Tudományegyetem



NYILATKOZAT

Név: Karácsony Márton

ELTE Természettudományi Kar, szak: Fizika, BSc

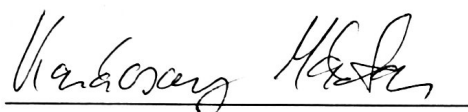
NEPTUN azonosító: W9AVVJ

Szakedolgozat címe:

A transmon qubitek relaxációs és fázisvesztési idejének vizsgálata szabad elérésű kvantumszámítógépeken

A **szakedolgozat** szerzőjeként fegyelmi felelősségem tudatában kijelentem, hogy a dolgozatom önálló szellemi alkotásom, abban a hivatkozások és idézések standard szabályait következetesen alkalmaztam, mások által írt részeket a megfelelő idézés nélkül nem használtam fel.

Budapest, 2021.05.28



a hallgató aláírása

Kivonat

Az IBM által szolgáltatott távoli hozzáféréssel szabadon elérhető kvantumszámítógépek kvantumregisztereit transmon qubitekből építik fel, amiknél lehetőség van egyszerű kvantum-algoritmusok futtatására. A qubitek kölcsönhatnak a környezetükkel, amik az állapotukban rögzített kvantuminformáció elvesztéséhez vezet. A kvantuminformáció elvesztésének időskáláját a qubiteket jellemző T_1 relaxációs és T_2 fázisvesztési idők határozzák meg. A dolgozatban megvizsgáljuk a qubitek kölcsönhatásából eredő változásokat a T_1 időkből, amik elhanyagolhatónak bizonyulnak, illetve megvizsgáljuk a qubit hőmérséklete és T_1 ideje közötti korrelációt. Továbbá megállapíthatjuk, hogy a qubitek hőmérséklete időben sokat változik és jelentősen nagyobb, mint a qubitek hűtésére használt hűtő hőmérséklete. A mért adatok alapján látható, hogy a T_1 és T_2 idők sokat változnak idővel, tehát a qubitek minősége dekoherencia szempontjából javulhat vagy romolhat rövid időn belül. Az eredmények rámutatnak arra, hogy a szupravezető transmon qubitek hőmérsékletének precízebb kontrollálásával a relaxációs és fázisvesztési idők stabilabbá tehetőek és jelentősen meghosszabbíthatóak, ami javítaná a vizsgált kvantumszámítógépek teljesítőképességét.

Támogatás

A dolgozatban elvégzett munkát a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal a 2017-1.2.1-NKP-2017-00001. számú projekt keretében a Nemzeti Kvantumtechnológia Programon keresztül támogatta.

Köszönetnyilvánítás

Szeretném megköszönni témavezetőmnek, Dr. Oroszlány Lászlónak a dolgozat megírásához nyújtott segítségét. Továbbá szeretném megköszönni Dr. Asbóth Jánosnak, Zimborás Zoltánnak és Dr. Pályi Andrásnak a közös beszélgetéseinket, amik során útmutatást, segítséget és sok értékes tanácsot kaptam a témával kapcsolatban. A szüleimnek pedig köszönöm, hogy az egyetemi tanulmányaim alatt mindig támogattak.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	2
2. A kvantumszámítógép elmélete	5
2.1. A transmon qubit	5
2.2. Dekoherencia	10
2.3. Qubit kapuk	14
2.4. IBM Quantum Experience	17
2.5. Relaxációs idő mérése	19
2.6. Ramsey interferometria	21
3. Eredmények	23
3.1. Relaxációs idők vizsgálata	23
3.2. Qubitek kölcsönhatása	24
3.3. A qubit jellemzőinek időbeli változása	26
3.4. Összefoglalás	29

1. fejezet

Bevezetés

A természet bonyolult és komplex módon viselkedik, ezért a fizikában kevés analitikusan kezelhető probléma van. Sokszor elég valamilyen közelítést használni, vagy fenomenológikus modellek alapján számolni, ezzel megkerülve az egzakt megoldások hiányának problémáját, azonban sokszor ez sem elég. A fizikai modelleket leíró egyenleteket legtöbbször numerikusan kell megoldani, hogy kinyerhessünk belőlük a gyakorlatban hasznos, vagy a mérésekkel összevethető információkat. A klasszikus számítógép feltalálása és mai napig tartó fejlődése hatalmas áttörést jelentett a fizikában, mert lehetővé tette a numerikus megoldásoknak a számolását, vagyis a fizikai rendszerek szimulálását.

Már az első számítógép megalkotása előtt megszületett az a kérdés, hogy mire képes egy ilyen szerkezet, milyen problémákat lehet megoldani vele. Ezeket a kérdéseket Alan Turing válaszolta meg, ugyanis a mai klasszikus számítógépek egy Turing-gépet imitálnak, így pontosan azokat a problémákat tudják megoldani, mint egy Turing-gép. Ilyen megoldható problémák közé tartozik az egészszámok összeadása, az egészszámok prímfelbontásának megtalálása, vagy a Schrödinger egyenlet megoldása. Azonban úgy tűnik nem minden probléma egyenlő, vannak a klasszikus számítógépen hatékonyan megoldható problémák, és vannak olyan problémák, amik a legnagyobb erőfeszítéseinknek is ellenálltak, és nem találtunk rájuk hatékony algoritmusokat. Az algoritmusok hatékonysága alatt azt értjük, hogy az algoritmus lépéseinek megvalósításához szükséges idő, hogyan függ a bemenet méretétől. Például mennyi időre van szükség n darab egészszám összeadására n függvényében. A legtöbb számítógépen n egészszám összeadására szükséges időt n -nek valamilyen lineáris függvénye adja meg, ezért ezt a következő módon jelöljük: $O(n)$. Az egészszámok összeadására azt mondjuk, hogy a \mathbf{P} problémák körébe tartozik [1], vagyis a probléma megoldására szükséges idő $O(p(n))$ szerint skálázódik, ahol p egy polinom. Ugyanakkor az egészek prímtényezőinek megkeresésére egyenlőre nem ismert olyan algoritmus, ami futási időben polinomiálisan skálázódik a szám méretével. Számos hasonló probléma van, aminek nem ismert polinomiálisan skálázódó megoldása, ezért az a sejtés, hogy vannak olyan problémák, amiknek nem is létezik ilyen megoldásuk egy Turing-gépen, azaz ezeket a problémákat nem lehet megoldani hatékonyan egy klasszikus

számítógépen.

A kvantumrendszerek szimulációja sem tartozik a \mathbf{P} problémák közé, tehát soktest kvantumdinamikai szimulációkat futtatni klasszikus számítógépeken rendkívül nehéz [2]. A nehézség egyik oka, hogy a kvantummechanikában a több részecskéből álló rendszerek Hilbert-tere az egyes részecskék Hilbert-terének tenzorszorzata formájában áll elő, azaz a teljes rendszer dimenziója exponenciálisan növekszik a részecskék számával, ami azt eredményezi, hogy a részecskeszámmal exponenciálisan növekszik a memória igény, és a futási idő.

A kvantumszámítógép ötlete már az 1980-as években is létezett [3], mint egy kvantumeffektusok alapján működő Turing-gép, de még nem volt világos, hogy vannak-e olyan problémák, amiket hatékonyabban tudna megoldani, mint egy klasszikus számítógép. Feynman vetette fel azt az ötletet, hogy kvantumszámítógépekkel hatékonyan lehetne szimulálni a kvantumrendszereket [4]. Az ötlet alapja, hogy ha sikerülne létrehozni egy univerzális kvantumszámítógépet, az képes lenne egy tetszőleges kvantumrendszert imitálni. Mivel a kvantumszámítógép is egy kvantumrendszer, aminek a Hilbert-terén definiálhatunk egy bázist valamilyen mérhető fizikai mennyiség segítségével, így ha találunk egy lineáris leképezést szimulálandó kvantumrendszernek egy bázisa és kvantumszámítógép bázisa között, akkor a kvantumrendszer tetszőleges állapota egyértelműen megfeleltethető a kvantumszámítógép egy állapotával, illetve a kvantumrendszer időfejlődését leíró operátornak, is megfeleltethető egy operátor a kvantumszámítógép Hilbert-terén. Ha a kvantumszámítógépünk fölött teljes irányításunk van, azaz a kvantumszámítógép Hilbert-terén ható operátorok hatását mind megtudjuk valósítani, akkor szimulálni tudjuk a kvantumrendszerünket a kvantumszámítógépen. A kvantumszámítógéppel történő szimulációk jelentősen gyorsabbak lehetnek, a klasszikus számítógépen futtatott szimulációknál, mert ahelyett, hogy hatalmas mátrixokat kellene összeszorozni, a kvantumszámítógépen csak végre kell hajtani a megfelelő operátornak a hatását, ami a kvantumszámítógép architektúrájától függően, valamilyen gyors fizikai kölcsönhatás útján történik.

A kvantumrendszerek szimulációja volt az egyik első olyan probléma, ami demonstrálta, hogy a kvantumszámítógépek felül tudják múlni klasszikus megfelelőjüket. Ezek után nagy keresés indult olyan problémák és algoritmusok után, amik hasonlóan hatékonyan megoldhatók kvantumszámítógépeken, de klasszikus számítógépeken nem. Számos ilyen problémát sikerült konstruálni, például Deutsch-Jozsa probléma [5], vagy a Bernstein-Vazirani probléma [6], de ezek mind csak arra lettek kitalálva, hogy hatékonyan meg lehessen őket oldani kvantumszámítógépen. Nagy áttörés volt Peter Shor algoritmusa [7], mert nem csak demonstrálta az ideális kvantumszámítógép felsőbbrendűségét, hanem azt is megmutatta, hogy hogyan lehet megtalálni a számok prímtényezős felbontását hatékonyan, feltéve, hogy rendelkezésünkre áll egy zajtól és dekoherenciától mentes kvantumszámítógép.

A fentebb leírtak miatt egy dekoherenciától mentes kvantumszámítógép létrehozása

már régóta célja az kvantumszámítással foglalkozóknak, azonban ez a cél egyelőre nagyon távolinak tűnik. Ennek ellenére hatalmas előrehaladás történt az utóbbi években. A közelmúlt egyik legnagyobb eredménye az volt, amikor 2019-ben a Google által épített kvantumszámítógépen sikerült demonstrálni a kvantumszámítógép felsőbbrendűségét gyakorlatban is [8]. Azonban még mindig távol vagyunk attól, hogy olyan számítógépek készüljenek, amiken például Shor algoritmus futtatható az RSA titkosítás feltörésére, ugyanis jelenleg a legnagyobb szám aminek a prímtényező felbontását meglehetősen határozni Shor algoritmusával az a 21.

2. fejezet

A kvantumszámítógép elmélete

Több kvantumszámítási modell is létezik, de ezek közül a legelterjedtebb a kvantumáramkör modell, amiben a számításhoz használt információt kvantumregiszterekben tároljuk, ami a kvantumos analógja a hagyományos regiszternek, és ezeken a kvantumregisztereken hajtunk végre operációkat, ezeket nevezzük kvantumáramköröknek. A kvantumáramkörök pedig a kvantumszámítógép által végrehajtható reverzibilis kapukból épülnek fel. Ezek a kapuk a kvantumszámítógép Hilbert-terén hajtanak végre unitér transzformációkat. Az ilyen elven működő kvantumszámítógépet univerzálisnak nevezzük, ha az elemi kapuk kompozíciójából fel tudunk építeni egy tetszőleges unitér transzformációt a kvantumszámítógép Hilbert-terén, vagy legalább tetszőlegesen meg tudjuk azt közelíteni.

2.1. A transmon qubit

A qubit a klasszikus bit kvantumos megfelelője, amiből a bithez hasonlóan két állapot olvasható ki, azonban a bittel ellentétben a qubit egy két állapotú kvantumrendszer, aminek az állapotait a $|0\rangle$ és az $|1\rangle$ állapotok szuperpozíciói alkotják. A kvantumszámítógép regiszterei qubitekből épülnek fel, mint egymással nem kölcsönható több részecske rendszer. Ugyan a qubitek közvetlenül egymással nem hatnak kölcsön, összefonódott állapotok lehetségesek, hiszen a kvantumszámítógép Hilbert-tere az egyes qubitek Hilbert-terének tenzorszorzata formájában áll elő. Ezeknek az összefonódott állapotoknak a létrehozásán alapul a legtöbb kvantumalgoritmus.

Míg a klasszikus bitnek az állapotai stabilak abban az értelemben, hogy még magas (szoba) hőmérsékleten is nagyon kicsi annak a valószínűsége, hogy egy klasszikus bit átfordul, a qubit ezzel szemben, folytonosan a legkisebb környezeti hatástól is elmozdulhat a preparált állapotából. A qubitek instabilitása a kvantumszámítás egyik legnagyobb problémája, főleg, ha még irányítani is szeretnénk a qubitet, ugyanis nagyon nehéz elkerülni a kvantuminformáció környezetbe való szivárgását.

A qubiteknek sokféle fizikai implementációja létezik. Bármely kétállapotú kvantum-

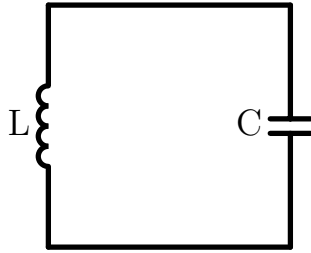
rendszerből lehet qubitet csinálni, például lehet használni a fotonok polarizációját vagy az atomok spinjét. Azonban nem csak kétállapotú rendszerekből lehet qubitet készíteni, hanem lehet a qubit egy kétállapotú altér is, például egy atom elektronjának a két legmélyebb energia-sajátállapota által kifeszített altér.

Az IBM gépei úgynevezett transmon qubiteket használnak, ezek a qubitek mesterséges atomként funkcionálnak, azaz több mint két lehetséges energiaszint van, de a számolásakor az alsó két szintre szorítkozunk [9, 10]. A transmon qubitek két szupravezető szigetből és egy azokat összekötő átmenetből állnak. A szupravezető szigetekben található Cooper-párok az átmeneten keresztül oszcillálnak a két sziget között. A lehetséges sajátállapotokat pedig a különböző frekvenciájú oszcillációk alkotják.

A transmonok nagyon hasonlítanak egy harmonikus oszcillátorhoz, ezért érdemes először megvizsgálni, hogyan lehet kvantálni egy hagyományos rezgőkört (lásd 2.1. ábra). A rezgőkör mozgás egyenletei

$$U = L \frac{dI}{dt}, \quad I = -C \frac{dU}{dt}, \quad (2.1)$$

ahol U a tekercsen eső feszültség (a kondenzátoron ilyenkor $-U$ feszültség esik) és I az áramkörben folyó áram erőssége.



2.1. ábra. Egy rezgőkör egy L induktivitású tekercsel és egy C kapacitású kondenzátorral.

Az kondenzátorban tárolt energia

$$K(t) = \int_{-\infty}^t U(t')I(t')dt' = \int_{-\infty}^t CU(t')\frac{dU}{dt}(t')dt' = \frac{1}{2}CU^2(t), \quad (2.2)$$

hasonlóan a tekercsben tárolt energia

$$V(t) = \int_{-\infty}^t U(t')I(t')dt' = \int_{-\infty}^t LI(t')\frac{dI}{dt}(t')dt' = \frac{1}{2}LI^2(t). \quad (2.3)$$

Vezessük be a ϕ fluxust a következő módon

$$\phi(t) = \int_{-\infty}^t U(t')dt' = \int_{-\infty}^t L \frac{dI}{dt}(t')dt' = LI(t), \quad (2.4)$$

amiből az áramkör Lagrange-függvénye

$$L = K - V = \frac{1}{2}C\dot{\phi}^2 - \frac{1}{2L}\phi^2, \quad (2.5)$$

és a mozgásegyenletet visszkapjuk az Euler-Lagrange egyenletből

$$0 = \frac{d}{dt} \frac{dL}{d\dot{\phi}} - \frac{dL}{d\phi} = C\ddot{\phi} + \frac{\phi}{L}. \quad (2.6)$$

A rezgőkör Hamilton-függvényét pedig a Lagrange-függvény Legendre-transzformációjával kaphatjuk meg

$$H = \frac{dL}{d\dot{\phi}}\dot{\phi} - L = \frac{Q^2}{2C} + \frac{\phi^2}{2L}, \quad (2.7)$$

ahol $Q = \frac{dL}{d\dot{\phi}} = CU$ a kanonikus impulzus, ami pont a kondenzátoron található töltésmennyiség. A kanonikus impulzusra Q -ra és ϕ -re az általános koordinátára teljesül, hogy a Poisson-zárójelük

$$\{\phi, Q\} = \frac{\delta\phi}{\delta\phi} \frac{\delta Q}{\delta Q} - \frac{\delta\phi}{\delta Q} \frac{\delta Q}{\delta\phi} = 1 = \frac{1}{i\hbar} [\hat{\phi}, \hat{Q}], \quad (2.8)$$

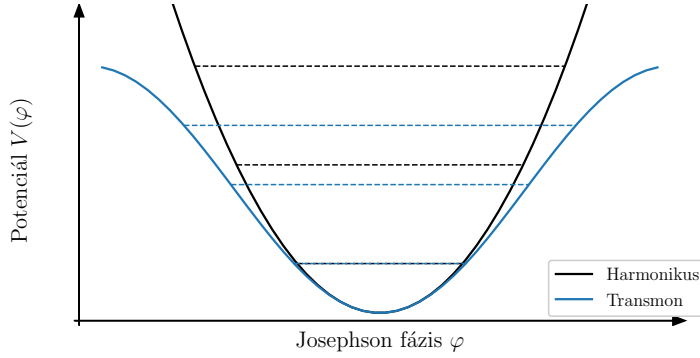
ahol $\hat{\phi}$ és \hat{Q} a kanonikus kvantálással kapott fluxus és töltés operátorokat jelölik, tehát a kvantált áramkör Hamilton-operátora

$$\hat{H} = \frac{\hat{Q}^2}{2C} + \frac{\hat{\phi}^2}{2L}, \quad (2.9)$$

ami egy kvantum harmonikus oszcillátort ír le, tehát az energia szintek

$$E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad (2.10)$$

ahol $\omega = 1/\sqrt{LC}$. Mivel az energiaszintek egymástól egyenlő távolságra vannak, az ilyen qubit gyakorlatban nem lenne használható, mert közel lehetetlen lenne az alsó két energia szintre szorítani a rendszert. Ezért a transmon nem egy egyszerű tekercset tartalmaz induktivitásként, hanem egy szupravezetőkől alkotott Josephson-átmenetet. A Josephson-átmenet két szupravezető tartományból áll, amiket elválaszt egy vékony szigetelő tartomány, amin keresztül az alagút effektus segítségével tudnak mozogni a Cooper-párok. A Josephson-átmeneten áthaladó áram és fluxus között egy jól meghatározott nemlineáris összefüggés van. A nemlinearitás anharmonicitást eredményez az energiaspektrumban, azaz a $|0\rangle \rightarrow |1\rangle$ és $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ átmeneteknek más az energiája (lásd 2.2. ábra). Ez az anharmonicitás teszi gyakorlatban lehetővé, hogy a két legalacsonyabb energiaszintjén tartsuk a qubitet. A transmonban minden áramköri elem szupravezető, így vezessük be



2.2. ábra. A transmon és a harmonikus oszcillátor spektruma. A transmon potenciálja $\cos \varphi$ -vel, míg a harmonikus oszcillátor potenciálja φ^2 -tel arányos, ahol φ a Josephson-fázis. A transmon és harmonikus oszcillátor energiaszintjeit a megfelelő színű szagatott vonalak jelölik. Az anharmonicitás miatt a transmon energiaszintjei nem egyenletesen követik egymást, hanem egyre csökken az energiaszintek távolsága.

a következő operátorokat:

$$\hat{n} = \frac{\hat{Q}}{2e}, \quad (2.11)$$

illetve

$$\hat{\varphi} = \frac{2\pi\hat{\phi}}{\phi_0}, \quad (2.12)$$

ahol $\phi_0 = \frac{h}{2e}$ a Cooper-párok fluxus kvantuma, $\hat{\varphi}$ pedig a Josephson-fázis és \hat{n} a Cooper-párok szám operátora. A Josephson-átmenet esetében a potenciál nem $\hat{\varphi}^2$ -tel arányos, hanem $\cos \hat{\varphi}$ -vel. Bevezetve az $E_C = e^2/2C$ Coulomb energiát, és az $E_J = I_0\phi_0/2\pi$ Josephson energiát a transmon Hamilton-operátora

$$\hat{H} = 4E_C\hat{n}^2 - E_J \cos \hat{\varphi}. \quad (2.13)$$

Ennek a Hamiltoninak meg lehet adni közelítőleg a sajátenergiáit, ha a $\cos \hat{\varphi}$ -t negyedrendig sorba fejtjük, bevezetve az $\omega = \sqrt{8E_C E_J}/\hbar$ és a $\delta = -E_C$ anharmonicitást a spektrum

$$E_n = \left(\hbar\omega + \frac{\delta}{2} \right) n + \frac{\delta}{2} n^2. \quad (2.14)$$

A δ/\hbar anharmonicitás jellemzően kicsi 100–300 MHz az $\omega_q = \omega + \frac{\delta}{2\hbar}$ qubit frekvenciához képest ami általában 4–6 GHz. Az anharmonicitást úgy érdemes megválasztani, hogy kellően nagy legyen a qubit alsó két szinten tartásához, de nem lehet túl nagy mert különben a qubit túlságosan érzékeny lenne mindenféle töltészajokra, amik használhatatlanná tennék a qubitet, azonban, ha jól megválasztjuk az anharmonicitást akkor egy használható qubitet kapunk. A transmon qubit lényege, hogy a qubit töltészajokra való érzékenysége exponenciálisan csökken az E_J/E_C arány növelésével, míg az anharmonicitás csak hatványszerűen csökken [11]. A transmon qubit ezen tulajdonsága teszi

lehetővé, hogy $E_J/E_C \gg 1$ arányt állíthatunk be, anélkül, hogy nagyon lecsökkentenénk az anharmonicitást. Az anharmonikus oszcillátorként kezelhető transmon qubit Hamilton-operátora felírva az \hat{a} és \hat{a}^\dagger léptető operátorokkal

$$\hat{H} = \hbar\omega_q \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{\delta}{12} \hat{a}^\dagger \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{a}, \quad (2.15)$$

ahol a konstans tagokat elhagytuk a Hamilton-operátorból az egyszerűség kedvéjért. Mivel a qubitet igyekszünk az alsó két energiaszintjén tartani, így felírhatjuk a $|0\rangle$ és $|1\rangle$ energia-sajátállapotok által kifeszített altéren \hat{H} -t, ami

$$\hat{H}_0 = \sum_{i=0}^1 \langle i | \hat{H} | i \rangle | i \rangle \langle i | = -\hbar\omega_q \frac{\hat{\sigma}_z}{2}, \quad (2.16)$$

ahol σ_z a z Pauli mátrix, és megint eltoltuk a nulla energiaszintet. A fenti egyenlet adja meg a transmon qubit effektív Hamilton-operátorát, amivel a továbbiakban számolni fogunk.

A qubit vezérlése egy külső oszcilláló elektromos térrel történik, amit általában egy kondenzátoron keresztül csatolnak a transmonhoz. A qubitet így a kondenzátorra kapcsolt feszültségen keresztül lehet irányítani, azaz ez a vezérlő jel teszi lehetővé az egy qubites kapuk megvalósítását. A vezérlés hatására módosul a qubit Hamilton-operátora

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_d = -\frac{\hbar\omega_q}{2} \hat{\sigma}_z + \Omega V_d(t) \hat{\sigma}_y, \quad (2.17)$$

ahol Ω a vezérlés csatolásának erőssége, és $V_d(t)$ az elektromos teret létrehozó feszültség [10]. Általában $V_d(t) = s(t) \sin(\omega_d t + \phi)$, ahol ω_d -t, a vezérlés frekvenciáját a legtöbb esetben megpróbáljuk minél közelebb választani ω_q -hoz, a qubit frekvenciájához. A vezérlés definiál egy ω_d frekvenciával forgó koordinátarendszert, amit a

$$U = e^{-i\frac{\omega_d t}{2} \hat{\sigma}_z}, \quad (2.18)$$

transzformáció definiál. Ebben a koordinátarendszerben a Hamilton-operátor, a forgóhullám közelítést használva

$$\hat{H}_{\text{eff}} = -\frac{\hbar\Delta\omega}{2} \hat{\sigma}_z + U \hat{H}_d U^\dagger,$$

ahol $\Delta\omega = \omega_q - \omega_d$. A vezérlés által meghatározott koordináta rendszer azért fontos, mert ebben a koordinátarendszerben hajtjuk végre az egy qubites kapukat, és azért van szükség rezonáns frekvenciára általában, hogy az ebben a koordinátarendszerben beállított állapotokat kevésbé befolyásolja a $\Delta\omega$ frekvenciájú tag.

2.2. Dekoherencia

A qubit kölcsönhat a környezetével, ezért ha a qubit állapotai a \mathcal{H}_S Hilbert-tér elemei és a környezet lehetséges állapotai a \mathcal{H}_B Hilbert-térben találhatóak, akkor a qubit a környezettel való kölcsönhatása során összefonódik a környezettel, és ha nem tudjuk nyomon követni a teljes rendszer állapotát (általában ez a helyzet), mert nem ismerjük a rendszer pontos időfejlődését, akkor azt tapasztaljuk, hogy idővel egyre kevesebb információ áll rendelkezésünkre a qubitról. \hat{H} a teljes rendszer Hamilton-operátora, ami a $\mathcal{H}_S \otimes \mathcal{H}_B$ Hilbert-téren hat, három tagot tartalmaz

$$\hat{H} = \hat{H}_S \otimes \hat{I}_B + \hat{I}_S \otimes \hat{H}_B + \alpha \hat{H}_{SB}, \quad (2.19)$$

ahol a harmadik kölcsönható tag a legfontosabb a dekoherencia szempontjából, hiszen ez a tag ami felelős azért, hogy a kezdetben \mathcal{H}_S Hilbert-téren található tiszta állapotokat összefonja idővel a környezet állapotaival, és ne lehessen megmondani, hogy az alrendszer pontosan milyen állapotban van, csak azt, hogy adott állapotban milyen valószínűséggel van. Fontos ezt megkülönböztetni attól, hogy mérést követően a rendszer milyen sajátállapotban található milyen valószínűséggel, ugyanis a dekoherencia során nincsen szó mérésről csak az állapotok összefonódásáról, így a teljes rendszer állapotát nem lehet felírni az alrendszerek állapotai segítségével egyszerű tenzorszorzat alakban, ezért nem mondhatjuk azt, hogy az alrendszerünk egy adott állapotban van. Ezért a környezettel kölcsönható qubit viselkedésének tárgyalásához szükségünk van a sűrűségmátrix formalizmusra [3]. A teljes rendszer sűrűségmátrixának időfejlődését a Neumann egyenlet írja le, ami ekvivalens a Schrödinger egyenlettel

$$\partial_t \hat{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}], \quad (2.20)$$

ahol \hat{H} a teljes rendszer Hamilton-operátora. Azonban nekünk elég a qubit alrendszerét leíró $\hat{\rho}_S$ sűrűségmátrix időfejlődését nyomon követni. A teljes rendszer sűrűségmátrixából a környezet szerinti parciális nyom képzésével kaphatjuk meg $\hat{\rho}_S$ -t. Így felírhatjuk a qubitet leíró sűrűségmátrix időfejlődését is

$$\partial_t \hat{\rho}_S = -\frac{i}{\hbar} \text{tr}_B \left([\hat{H}, \hat{\rho}] \right). \quad (2.21)$$

Ha gyenge kölcsönhatásról van szó, akkor lehet alkalmazni a Born-közelítést, továbbá általában helyes az a közelítés, hogy $\rho(t) = \rho_S(t) \otimes \rho_B$, azaz elhanyagoljuk a környezet időfejlődését és feltételezzük, hogy a teljes rendszer sűrűségmátrixa mindig felírható az alrendszerek sűrűségmátrixainak tenzorszorzataként. Ezeket a közelítéseket figyelembe véve a qubit sűrűségmátrixának időfejlődését a Born–Markov egyenlettel írhatjuk le

(Born–Markov Master Equation) [12]

$$\partial_t \hat{\rho}_S(t) = -\frac{1}{\hbar^2} \int_0^\infty dt' \text{tr}_B \left\{ \left[\hat{H}(t), \left[\hat{H}(t'), \hat{\rho}_S(t') \otimes \hat{\rho}_B \right] \right] \right\}. \quad (2.22)$$

Ha a qubit és környezet kölcsönhatását leíró operátor

$$\hat{H}_{SB} = \sum_i \hat{S}_i \otimes \hat{B}_i \quad (2.23)$$

alakú, ahol \hat{S}_i csak a qubitet leíró \mathcal{H}_S Hilbert-téren hat és kommutál a teljes Hamilton-operátorral $[\hat{H}, \hat{S}_i] = 0$ (Lindblad-operátor), akkor a qubit dinamikáját leíró Born–Markov egyenletből következik a Lindblad-egyenlet

$$\partial_t \hat{\rho}_S = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}_S, \hat{\rho}_S] + \sum_i \Gamma_i \left(\hat{S}_i \hat{\rho}_S \hat{S}_i^\dagger - \frac{1}{2} \{ \hat{S}_i^\dagger \hat{S}_i, \hat{\rho}_S \} \right), \quad (2.24)$$

ami azért rendkívül hasznos, mert a parciális nyom el van végezve, így elég ismerni az S alrendszer Hamilton-operátorát és nem kell foglalkoznunk $\hat{\rho}_B$ -vel.

A qubit esetében felállíthatunk egy egyszerű dekoherencia modellt, ahol csak a legjelentősebb kölcsönhatásokat vesszük figyelembe. Most három kölcsönhatást fogunk figyelembe venni, abszorpciót, emissziót, illetve a tiszta fázis veszteséget. Az abszorpciót és emissziót a $\hat{\sigma}_\pm$ operátorok írják le, ahol $\hat{\sigma}_+ |0\rangle = |1\rangle$ és $\hat{\sigma}_+ |1\rangle = 0$, továbbá $\hat{\sigma}_- |1\rangle = |0\rangle$ és $\hat{\sigma}_- |0\rangle = 0$. A tiszta fázis veszteséget felelős kölcsönhatást pedig $\hat{\sigma}_z$ adja amire teljesül, hogy $\hat{\sigma}_z |\pm\rangle = |\mp\rangle$, ahol $|\pm\rangle = (|0\rangle \pm |1\rangle) / \sqrt{2}$. Így ebben az egyszerű modellben a qubitet leíró sűrűségmátrix időfejlődését felírhatjuk a Lindblad-egyenlet segítségével

$$\begin{aligned} \partial_t \hat{\rho}_S = & -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}_S, \hat{\rho}_S] + \Gamma_\uparrow \left(\hat{\sigma}_+ \hat{\rho}_S \hat{\sigma}_- - \frac{1}{2} \{ \hat{\sigma}_- \hat{\sigma}_+, \hat{\rho}_S \} \right) + \\ & \Gamma_\downarrow \left(\hat{\sigma}_- \hat{\rho}_S \hat{\sigma}_+ - \frac{1}{2} \{ \hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_-, \hat{\rho}_S \} \right) + \frac{\Gamma_\phi}{2} \left(\hat{\sigma}_z \hat{\rho}_S \hat{\sigma}_z - \frac{1}{2} \{ \hat{\sigma}_z \hat{\sigma}_z, \hat{\rho}_S \} \right), \end{aligned} \quad (2.25)$$

ahol Γ_\uparrow az abszorpció, Γ_\downarrow az emisszió, és Γ_ϕ a tiszta fázisvesztés folyamatához tartozó Lindblad együtthatók. Ezek az együtthatók a dekoherencia modell szabad paraméterei, amiket mérésekkel meg lehet határozni.

A továbbiakban jelöljük a qubit sűrűségmátrixát $\hat{\rho}_S$ helyett egyszerűen $\hat{\rho}$ -val, illetve a qubit Hamilton-operátorát \hat{H}_S -t \hat{H} -val. Fontos megjegyezni, hogy a Lindblad-operátorok kommutálnak a qubit Hamilton operátorával, ezért a Lindblad-egyenlet ugyanígy néz ki kölcsönhatási képben is, csak a kölcsönhatási képben felírt Hamilton-operátort és sűrűségmátrixot kell beírni az egyenletbe. Ahhoz, hogy megoldjuk az egyenletet reprezentáljuk

az állapotokat a

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |0\rangle, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |1\rangle$$

konvenció szerint. Ha a (2.25) egyenletben elvégezzük a 2x2-es mátrix műveleteket, akkor következő egyenletre jutunk

$$\partial_t \rho = \begin{pmatrix} -\Gamma_\uparrow \rho_{00} + \Gamma_\downarrow \rho_{11} & (i\omega_q - \frac{\Gamma_1}{2} - \Gamma_\phi) \rho_{01} \\ (-i\omega_q - \frac{\Gamma_1}{2} - \Gamma_\phi) \rho_{10} & \Gamma_\uparrow \rho_{00} - \Gamma_\downarrow \rho_{11} \end{pmatrix}, \quad (2.26)$$

kihasználva, hogy a qubit Hamilton-operátora $\hat{H} = -\frac{\hbar\omega_q}{2}\hat{\sigma}_z$ és $\rho_{ij} = \langle i|\hat{\rho}|j\rangle$, illetve bevezetve a $\Gamma_1 = \Gamma_\uparrow + \Gamma_\downarrow$ jelölést. A vezérlés által definiált kölcsönhatási képből az egyenlet nagyon hasonló a fentebb említett okok miatt, ilyenkor

$$\partial_t \rho = \begin{pmatrix} -\Gamma_\uparrow \rho_{00} + \Gamma_\downarrow \rho_{11} & (i\Delta\omega - \frac{\Gamma_1}{2} - \Gamma_\phi) \rho_{01} \\ (-i\Delta\omega - \frac{\Gamma_1}{2} - \Gamma_\phi) \rho_{10} & \Gamma_\uparrow \rho_{00} - \Gamma_\downarrow \rho_{11} \end{pmatrix}, \quad (2.27)$$

ahol $\Delta\omega = \omega_q - \omega_d$. A (2.27) egyenlet megoldása

$$\rho(t) = \begin{pmatrix} \left(\rho_{00}(0) - \frac{\Gamma_\downarrow}{\Gamma_1}\right) e^{-\Gamma_1 t} + \frac{\Gamma_\downarrow}{\Gamma_1} & e^{(i\Delta\omega - \Gamma_2)t} \rho_{01}(0) \\ e^{-(i\Delta\omega + \Gamma_2)t} \rho_{10}(0) & \frac{\Gamma_\uparrow}{\Gamma_1} - \left(\rho_{00}(0) - \frac{\Gamma_\downarrow}{\Gamma_1}\right) e^{-\Gamma_1 t} \end{pmatrix}, \quad (2.28)$$

ahol $\Gamma_2 = \frac{\Gamma_1}{2} + \Gamma_\phi$, és kihasználtuk, hogy $\rho_{11} = 1 - \rho_{00}$. Az (2.28) egyenletből látszik, hogy hosszú idő után eltűnnek az offdiagonális elemek a sűrűségmátrixban és kialakul egy egyensúlyi állapot. A főátlóban található elemek $T_1 = 1/\Gamma_1$ karakterisztikus idővel közelednek az egyensúlyi értékük felé, míg az offdiagonális elemek $T_2 = 1/\Gamma_2$ karakterisztikus idővel tartanak a nullához. A T_1 idő a qubit relaxációs ideje és T_2 a qubit fázisvesztési ideje. A T_1 és T_2 idők nem teljesen függetlenek ugyanis igaz rájuk, hogy

$$T_2 \leq 2T_1, \quad (2.29)$$

és egyenlőség akkor áll fent, ha a tiszta fázisvesztés jelensége elhanyagolható. A sűrűségmátrix $t \rightarrow \infty$ határértéke, azaz az egyensúlyi állapot

$$\rho_{ss} = \begin{pmatrix} \frac{\Gamma_\downarrow}{\Gamma_1} & 0 \\ 0 & \frac{\Gamma_\uparrow}{\Gamma_1} \end{pmatrix}, \quad (2.30)$$

továbbá azt is tudjuk, hogy adott β inverzhőmérsékleten a rendszer sűrűségmátrixa ter-

modinamikai egyensúlyban

$$\rho_{ss} = \begin{pmatrix} \frac{\Gamma_{\downarrow}}{\Gamma_1} & 0 \\ 0 & \frac{\Gamma_{\uparrow}}{\Gamma_1} \end{pmatrix} = \frac{e^{-\beta H}}{\text{tr}(e^{-\beta H})} = \begin{pmatrix} \frac{e^{\beta\hbar\omega_q/2}}{\text{tr}(e^{-\beta H})} & 0 \\ 0 & \frac{e^{-\beta\hbar\omega_q/2}}{\text{tr}(e^{-\beta H})} \end{pmatrix}. \quad (2.31)$$

A (2.31) egyenlőségből leolvashatjuk, hogy termodinamikai egyensúlyban mi lesz a $\rho_{00} = p$ és $\rho_{11} = 1 - p$ valószínűségek aránya

$$\frac{1 - p}{p} = e^{-\beta\hbar\omega_q}, \quad (2.32)$$

ahol p valószínűség azt jelenti, hogy milyen eséllyel találjuk a qubitet a $|0\rangle$ állapotban.

A környezettel való kölcsönhatás során figyelembe vettük az emissziót, az abszorpciót és a tiszta fázis vesztes jelenségét. Az emisszió valójában két jelenségre bontható fel, spontán és indukált emisszióra. Az indukált emissziót ugyan az a fizikai folyamat hozza létre, mint az abszorpciót. Ez a folyamat a külső elektromágneses hullámokkal való kölcsönhatás, és belátható, hogy az indukált emisszióknak és abszorpcióknak ugyan az a karakterisztikus ideje, azaz $\Gamma_{\uparrow} = \Gamma_i$, ahol Γ_i az indukált emisszióknak a Lindblad-egyenletben megjelenő csatolási állandója. Továbbá $\Gamma_{\downarrow} = \Gamma_i + \Gamma_s$, ahol Γ_s a spontán emisszióknak a csatolási állandója. Felhasználva a (2.32) egyenletet belátható, hogy az abszorpciósrátát $\Gamma_{\uparrow} = \Gamma_i$ kifejezhető Γ_s -el a következő módon

$$\Gamma_{\uparrow} = \Gamma_s n_{\text{BE}}(\hbar\omega_q), \quad (2.33)$$

ahol $n_{\text{BE}}(\epsilon) = (e^{\beta\epsilon} - 1)^{-1}$ a Bose–Einstein eloszlás, ennek segítségével pedig kifejezhető Γ_1 a spontán emissziós ráta és a hőmérséklet segítségével

$$\Gamma_1 = \Gamma_s [1 + 2n_{\text{BE}}(\hbar\omega_q)]. \quad (2.34)$$

A qubit sűrűségmátrixa felírható a Pauli-mátrixok bázisán. A sűrűségmátrix speciális tulajdonságainak köszönhetően mindig fel lehet írni a következő alakban

$$\rho = \frac{1}{2}(I + p_x\sigma_x + p_y\sigma_y + p_z\sigma_z) = \frac{1}{2}(I + \mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma}), \quad (2.35)$$

ahol $\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma}$ csak a rövidítése annak, hogy $p_x\sigma_x + p_y\sigma_y + p_z\sigma_z$. \mathbf{p} a Bloch-vektor, ami csupa valós együtthatókat tartalmaz. A Bloch-vektor komponenseit ki lehet fejezni közvetlenül ρ -val

$$p_i = \text{tr}(\rho\sigma_i). \quad (2.36)$$

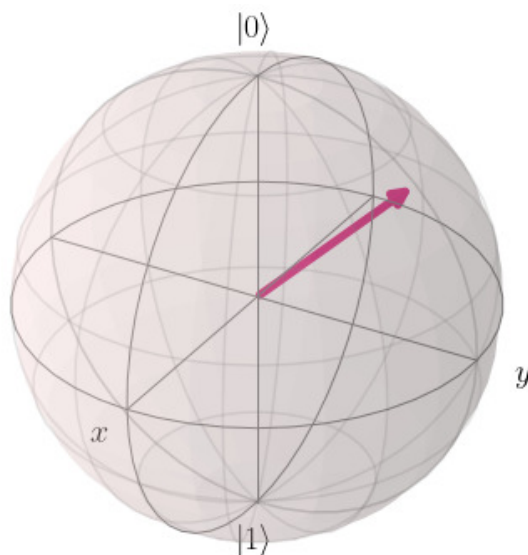
Amikor a qubit tiszta állapotban van (és csak akkor) a Bloch-vektornak a hossza

$$|\mathbf{p}| = 1 \Leftrightarrow \text{tr}(\rho^2) = 1, \quad (2.37)$$

egyébként pedig, ha a qubit kevert állapotban van

$$|\mathbf{p}| < 1. \quad (2.38)$$

Ezért a \mathbf{p} vektort ábrázolhatjuk egy egységnyi sugarú gömb belsejében a Bloch-gömbben (lásd 2.3. ábra).



2.3. ábra. A Bloch-vektor a Bloch-gömb belsejében.

2.3. Qubit kapuk

A kvantum-algoritmusok végrehajtásához manipulálnunk kell a qubitekből felépülő kvantum regisztereket, aminek az egyik legalapvetőbb módja az egy qubites kapuk végrehajtása. Az egy qubites kapuk csak egy kiválasztott qubit Hilbert-terén hajtanak végre unitér transzformációkat, és ideális esetben a többi qubitet nem befolyásolják. A transmon qubit esetében az egy qubites kapuk végrehajtása a vezérlés segítségével történik. A kívánt kapu végrehajtásához, a vezérlésre egy $V_d(t) = s(t) \sin(\omega_d t + \phi)$ alakú feszültség jelet kapcsolunk [10], ahol ω_d -t általában megpróbáljuk ω_q -nak választani, és a ϕ fázis és $s(t)$ burkoló görbe helyes megválasztásával befolyásoljuk a qubit időfejlődését, ami ideális esetben a helyes kapu elvégzését eredményezi.

Van pár kapu, amit érdemes megemlíteni, mert ezek nagyon gyakran előfordulnak kvantum-algoritmusokban. Ilyen kapuk az X , Y és Z Pauli-kapuk, amik az x , y , z Pauli-mátrixokat hajtják végre a qubit Hilbert-terén. Megint éljünk azzal a konvencióval, hogy

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

A Pauli-kapuk 180 fokos forgatásokat hajtanak végre a qubit Bloch-vektorán, rendre a Bloch-gömb x , y , z tengely körül. Az X kapu a $|0\rangle$ állapotot a $|1\rangle$ állapotba, illetve a $|1\rangle$ állapotot a $|0\rangle$ állapotba viszi, ezért ezt szokták NOT kapunak is nevezni.

$$|0\rangle \text{ --- } \boxed{X} \text{ --- } |1\rangle$$

$$|1\rangle \text{ --- } \boxed{X} \text{ --- } |0\rangle$$

Az X kapu mátrixa

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

az Y kapu mátrixa

$$Y = \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix}$$

és a Z kapu mátrixa

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

A Hadamard-kapu szintén egy gyakran előforduló áramköri elem, ami a $|0\rangle$, $|1\rangle$ és $|+\rangle$, $|-\rangle$ bázisok közti transzformációt írja le, ugyanis

$$|0\rangle \text{ --- } \boxed{H} \text{ --- } |+\rangle$$

és

$$|1\rangle \text{ --- } \boxed{H} \text{ --- } |-\rangle.$$

A Hadamard-kapu mátrixa pedig

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

További fontos kapuk még a fázis kapuk, amik a qubit relatív fázisát befolyásolják. A fázis kapukat a Z Pauli-mátrix generálja, amik valami φ fázisszöggel elforgatják a qubit Bloch-vektorát a Bloch-gömb z -tengelye körül.

$$|0\rangle \text{ --- } \boxed{U(\varphi)} \text{ --- } |0\rangle$$

és

$$|1\rangle \text{ --- } \boxed{U(\varphi)} \text{ --- } e^{i\varphi} |1\rangle,$$

így a fázis kapu mátrixa

$$U(\varphi) = e^{i\varphi/2} e^{-i\varphi Z/2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\varphi} \end{pmatrix}.$$

Be lehet látni, hogy az említett kapukkal tetszőleges unitér transzformációt, azaz bármely egy qubites kaput, össze lehet rakni, azonban összefonódott állapotokat nem lehet létrehozni csak egy qubites kapukkal, ezért szükség van több qubites kapukra is, hogy létrehozassunk egy univerzális kapu bázist, amivel bármely a kvantumszámítógép Hilbert-terén végrehajtható unitér transzformációt tetszőlegesen meg lehet közelíteni.

A legfontosabb több qubites kapu a CNOT vagy más néven a CX kapu (Controlled X Gate), ami egy két qubites kapu, ahol az egyik qubit állapota kontrollálja, azt, hogy identitás kaput vagy X kaput hajtunk végre a másik qubiten. Ha a kontroll bit $|0\rangle$, akkor az irányított qubittel nem történik semmi, míg ha a kontroll bit az $|1\rangle$ állapotban van, akkor az irányított qubiten egy X kaput hajtunk végre. Ha a kontroll bit (q_0) $|0\rangle$

$$\begin{array}{c} q_0: |0\rangle \\ q_1: |0\rangle \end{array} \begin{array}{c} \text{---} \bullet \text{---} \\ | \\ \oplus \end{array} \begin{array}{c} |0\rangle \\ |0\rangle \end{array},$$

vagy ha a kontroll bit $|1\rangle$

$$\begin{array}{c} q_0: |1\rangle \\ q_1: |0\rangle \end{array} \begin{array}{c} \text{---} \bullet \text{---} \\ | \\ \oplus \end{array} \begin{array}{c} |1\rangle \\ |1\rangle \end{array}.$$

A qubitek tenzorszorzat állapotainak reprezentációjára sok konvenció van, mi ebben a dolgozatban a következő konvenciót fogjuk használni. A kvantumregiszter qubitjét 0-tól n -ig számozzuk (n nincs benne a számozásban), ahol n a kvantumregiszter mérete. A kvantumszámítógép Hilbert-tere így $N = 2^n$ dimenziós. A teljes Hilbert-tér bázisát a lehetséges egy qubit sajátállapotok tenzorszorzatai alkotják, amiket azonosíthatunk \mathbb{C}^N -beli vektorokkal, amit a következőképpen teszünk:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \text{ (} i \text{. sor)} \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = |x_{n-1}\rangle \otimes |x_{n-2}\rangle \otimes \cdots \otimes |x_1\rangle \otimes |x_0\rangle = |i\rangle,$$

ahol $x_i \in \{0, 1\}$ az i . qubit sajátállapotát jelöli és $i = \sum_{k=0}^{n-1} x_k \cdot 2^k$, azaz x_k i -nek a

sámjegyei kettes számrendszerben. Például, ha $n = 2$ a bázisvektorok:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = |0\rangle \otimes |0\rangle = |0\rangle, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = |0\rangle \otimes |1\rangle = |1\rangle, \\ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |1\rangle \otimes |0\rangle = |2\rangle, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |1\rangle \otimes |1\rangle = |3\rangle.$$

Emellett a konvenció mellett a CX kapu mátrixa

$$\text{CX} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ugyan nem egyszerű, de belátható, hogy ha a fentebb leírt egy qubites kapuk halmazához hozzávesszük a CX kaput, akkor a halmaz egy univerzális kapu bázis, azaz bármely unitér transzformációt a kvantumszámítógép Hilbert-terén tetszőlegesen meg lehet közelíteni ezeknek a kapuknak a kombinációjával. Ugyan ez jól hangzik, de gyakorlatban nagyon nehezen lehet megvalósítani a kvantum-algoritmusunkhoz szükséges unitér transzformációt egy ilyen minimális kapu bázis segítségével, főleg, ha azt hatékonyan szeretnénk tenni, azaz minél kevesebb kapuból felépíteni a transzformációt. Fontos megemlíteni még a SWAP kaput, ami kicseréli két qubit állapotát

$$\begin{array}{ccc} q_0: |0\rangle & \text{---} \times \text{---} & |1\rangle \\ & \updownarrow & \\ q_1: |1\rangle & \text{---} \times \text{---} & |0\rangle \end{array}.$$

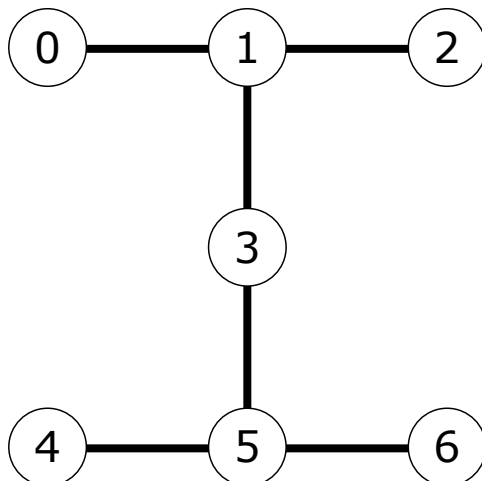
A SWAP kapu mátrixa pedig

$$\text{SWAP} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2.4. IBM Quantum Experience

A kvantumszámítógépek minősége jelenleg nem jó, csak a legegyszerűbb kvantumalgoritmusokat lehet végrehajtani a létező gépeken és jelenleg nem igazán létezik gyakorlati

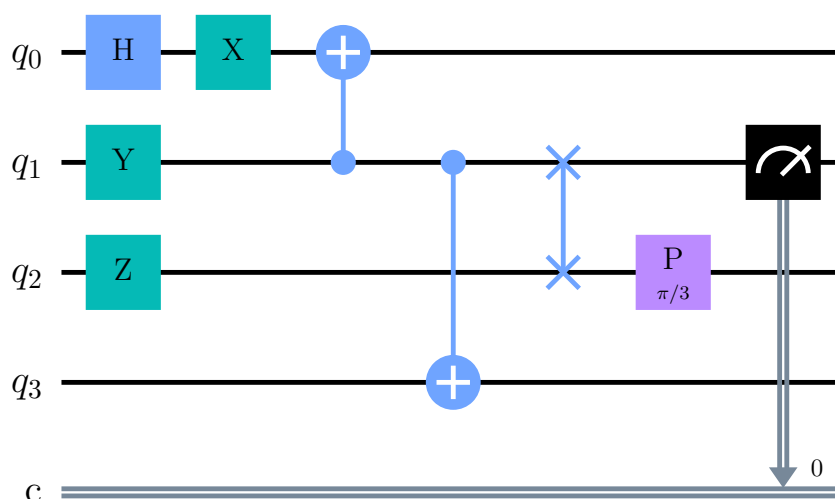
alkalmazások az akadémiai felhasználásukon kívül. Ennek ellenére meglepő módon az elérhetősége bizonyos gépeknek jó, vagyis akárki, aki érdeklődik a kvantumszámítógépek után futtathat kvantum-algoritmusokat kis pár qubites gépeken. Ez annak köszönhető, hogy számos cég, például az IBM, elérhetővé tette a kvantumszámítógépeit online. Az IBM Quantum Experience az IBM projektje, ami lehetőséget nyújt bárkinek az ingyenesen elérhető gépek távoli használatára [13].



2.4. ábra. Az imbq_casablanca gépnek a qubit kapcsolási térképe. A qubiteket a számozott körök jelzik és a fekete vonalak pedig a köztük lévő kapcsolatokat. Csak az összekapcsolt qubit párokon lehet végrehajtani a CX kapukat.

Az elérhető kvantumszámítógépek jellemzően 5 transmon qubitből állnak, de a legnagyobb gép az imbq_16_melbourne gépnek 15 qubitje van. A qubitek a számítógépen belül más-más frekvenciájúak, mert ha eltérnek a qubit frekvenciák, akkor kevésbé befolyásolják egymást a kiolvasásnál és a kapuk végrehajtásánál. A qubit párokon a CX kapuk végrehajtásához szükség van arra, hogy a qubit pár össze legyen kapcsolva. Ideális esetben minden qubit össze lenne kapcsolva minden másik qubittel, azonban a gyakorlatban ez nehezen kivitelezhető, ezért általában a qubitek csak egy-két szomszédjukkal vannak összekötve (lásd 2.4. ábra).

A gépek távoli vezérléséhez a Qiskit Python csomagot lehet használni, aminek a segítségével kvantumáramköröket lehet készíteni, és azokat lefordítani olyan kapuk kompozíciójára, amiket a gépek közvetlenül végre tudnak hajtani. A Qiskit segítségével könnyen és gyorsan lehet egyszerű áramköröket készíteni (lásd 2.5. ábra) és futtatni valamelyik elérhető gépen, illetve lehetőség van az áramkörök szimulálására is.



2.5. ábra. Egy példa a Qiskittel létrehozható kvantumáramkörökre. A látható áramkör nem hajtható végre közvetlenül a kvantumszámítógépeken hanem szükség van arra, hogy le legyen fordítva a választott gép kapubázisára. A felhasznált kapuk között vannak az X, Y, Z, P (fázis kapu) és Hadamard kapuk, illetve a CX és SWAP két qubites kapuk. Az áramkörökbe nem csak kapuk lehetnek, hanem instrukciók is, például a mérés instrukció. Az instrukciók nem reverzibilisek a kapukkal ellentétben.

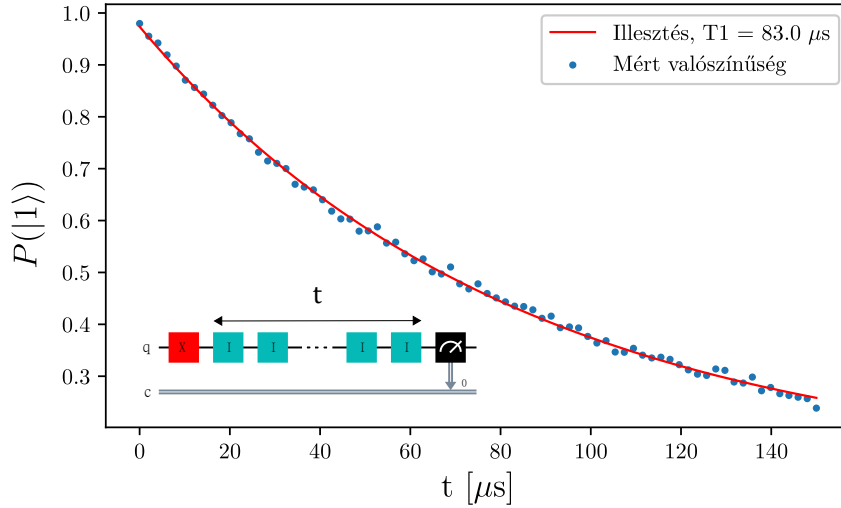
2.5. Relaxációs idő mérése

A T_1 relaxációs idő egy fontos karakterisztikája a qubiteknek, ami megadja, hogy mennyi ideig lehet használni a qubitet számításokra, mielőtt a környezettel való kölcsönhatás jelentősen redukálná a qubiten tárolt kvantuminformációt. A qubitek T_1 idejének mérését el lehet végezni az IBM által elérhetővé tett gépeken. A méréshez nyomon kell követni a qubit sűrűségmátrixának időfejlődését, amit a $|0\rangle$ és $|1\rangle$ állapotok valószínűségének mérésével érhetünk el, ugyanis ezek a valószínűségek a qubit sűrűségmátrixának diagonális elemeinek felelnek meg. A mérés során beállítjuk a vizsgált qubitet a $|1\rangle$ állapotba

$$\rho(0) = |1\rangle\langle 1| = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

majd hagyjuk a qubitet szabadon fejlődni, ilyenkor a qubit sűrűségmátrixa a (2.28) egyenlet szerint változik. Ezek után ha t idő múlva megmérjük a qubitet, annak a valószínűsége hogy a qubitet a $|1\rangle$ állapotban találjuk az (2.28) egyenlet alapján

$$P(|1\rangle)(t) = \rho_{11}(t) = ae^{-\frac{t}{T_1}} + b, \quad (2.39)$$



2.6. ábra. Egy példa a qubit T_1 idejének mérésére. A vízszintes tengelyen az X kapu és mérésinstrukció között eltelt idő látható. A mérés az ibmq_atheens gépen történt. A bal alsó sarokban látható a méréshez használt áramkör, az illesztett függvényt pedig a (2.39) egyenlet mutatja.

ahol $a = \Gamma_{\downarrow}/\Gamma_1$ és $b = \Gamma_{\uparrow}/\Gamma_1$, azonban a és b nem feltétlen egyeznek a valódi értékükkel a kiolvasási hibának köszönhetően. Ezt a valószínűséget az állapot ismételt előállításával és mérésével meg lehet határozni. A T_1 idő megállapításához pedig elvégezhetjük a valószínűség mérését több különböző időpontban és a (2.39) egyenlet segítségével megilleszthetjük az a, b és T_1 paramétereket (lásd 2.6. ábra). A $P(|1\rangle)(t)$ valószínűség megállapítását a következő áramkörrel lehet megtenni

$$|0\rangle \text{ --- } [X] \text{ --- } [I] \text{ --- } \dots \text{ --- } [I] \text{ --- } [\text{Measurement}],$$

ahol minden identitáskapu megfelel egy kis Δt várakozási időnek, ami alatt a qubit szabadon fejlődik, ugyanis minden kapu végrehajtásához szükség van valamennyi időre.

A mérés során azonban figyelembe kell venni pár fontos hibaforrást, amik torzíthatják a mért eredményeket. Az első ilyen hibaforrás az egy qubitese kapuk hibája, ez a T_1 mérést egyáltalán nem befolyásolja, ugyanis nem lényeges a mérés szempontjából, hogy milyen kezdeti állapotot adunk a qubitnek, az mindig ugyan olyan T_1 idővel fog tartani a termodinamikai egyensúlya felé. Az X kapu használata csak könnyebbséget jelent, mert ilyenkor lehet vizsgálni az exponenciális függvény leggyorsabban változó tartományát, ezzel növelve az illesztés pontosságát. Másik fontos hibaforrás a kiolvasási hiba, aminek köszönhetően a kiolvasás eredménye nem mindig egyezik a qubit állapotával, tehát van valami p_{10} valószínűsége annak, hogy amikor a qubit a $|1\rangle$ állapotban van és $|0\rangle$ -át olvasunk ki, illetve van valami p_{01} valószínűsége annak, hogy a qubit a $|0\rangle$ állapotba van, de $|1\rangle$ -et olvasunk ki. A kiolvasási hiba eltorzítja a mért $\tilde{p} = P(|0\rangle)$ és $1 - \tilde{p} = P(|1\rangle)$ valószínűségeket, amik a következőképpen köthetők össze a valódi $p = \rho_{00}$ és $1 - p = \rho_{11}$

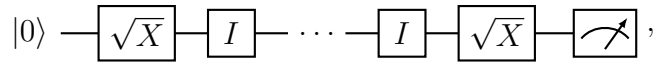
valószínűségekkel

$$\begin{pmatrix} \tilde{p} \\ 1 - \tilde{p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - p_{01} & p_{10} \\ p_{01} & 1 - p_{10} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ 1 - p \end{pmatrix}. \quad (2.40)$$

A (2.40) egyenletből látszik, hogy a kiolvasási hiba sem befolyásolja T_1 idő értékét, csak az (2.39) egyenletben szereplő a és b paramétereket torzítja el, amiknek ha kíváncsiak vagyunk a pontos értékére, akkor azokat korrigálni kell a (2.40) egyenlet szerint. A korrigáláshoz szükségünk van p_{10} és p_{01} valószínűségekre, amiket könnyedén meglehet mérni a qubit $|0\rangle$ vagy $|1\rangle$ állapotba állításával majd mérésével, és az IBM gépek esetében megtalálhatók ezek az adatok a gépek kalibrációs táblázatában. Ha sikerül az illesztésből meghatározni a Γ_\uparrow és Γ_\downarrow mennyiségeket, akkor meghatározhatjuk a qubit hőmérsékletét a (2.32) egyenlet segítségével.

2.6. Ramsey interferometria

Lehetőség van a qubit T_2 idejének mérésére is, most azonban nem a sűrűségmátrix főátlójában szereplő elemek, hanem az offdiagonális elemek időfejlődését kell mérni. Ezt a következő áramkörrel lehet elérni



ahol a \sqrt{X} kapu az X kapu gyöke, aminek a mátrixa

$$\sqrt{X} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + i & i - i \\ 1 - i & 1 + i \end{pmatrix}.$$

Az első \sqrt{X} kapu preparálja a qubitet a

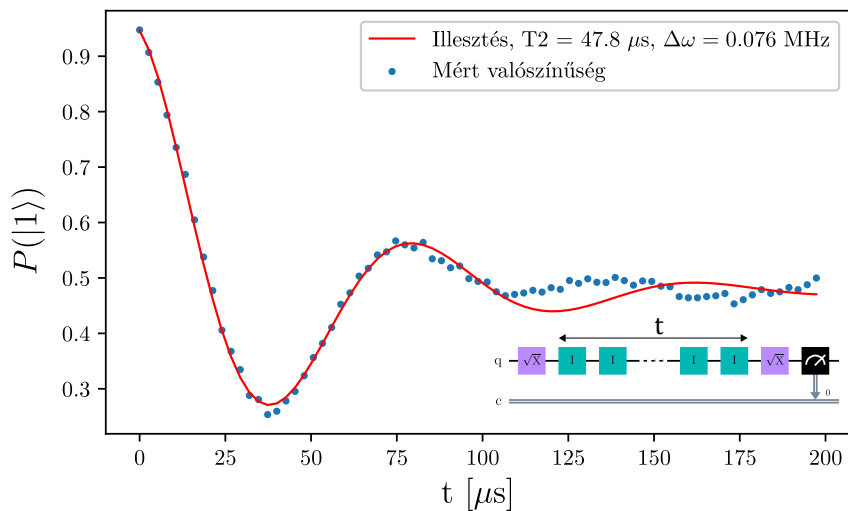
$$\rho(0) = \sqrt{X} |0\rangle\langle 0| \sqrt{X}^\dagger = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{i}{2} \\ -\frac{i}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

állapotba, a második \sqrt{X} kapu pedig t idő után hattatjuk, ami eltranszformálja a qubit sűrűségmátrixát a következőképpen

$$\tilde{\rho}(t) = \sqrt{X} \rho(t) \sqrt{X}^\dagger = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} - \text{Im}\rho_{01} & \text{Re}\rho_{01} - i(\frac{1}{2} - \rho_{00}) \\ \text{Re}\rho_{01} + i(\frac{1}{2} - \rho_{00}) & \frac{1}{2} + \text{Im}\rho_{01} \end{pmatrix}.$$

A (2.28) egyenletet ha illesztjük a $\rho(0)$ kezdeti feltételhez, akkor

$$\tilde{\rho}(t) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-\Gamma_2 t} \cos \Delta\omega t & \dots \\ \dots & \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{-\Gamma_2 t} \cos \Delta\omega t \end{pmatrix}, \quad (2.41)$$



2.7. ábra. Ramsey interferometria kísérlet az ibmq_manila gépen. Látható, hogy a dekoherencia modell nem teljesen jól írja le az offdiagonális elemek időfejlődését, mert nem vettük figyelembe az összes zajforrást, ezért az oszcilláció burkolója nem tisztán exponenciálisan cseng le [10]. Ennek ellenére viszonylag jól írja le a modell az időfejlődést, ha csak rövid ideig vizsgáljuk azt, ami általában elegendő a $\Delta\omega$ és T_2 paraméterek meghatározásához.

tehát annak a valószínűsége, hogy a qubitet az $|1\rangle$ állapotba találjuk t idő után

$$P(|1\rangle)(t) = ae^{-\Gamma_2 t} \cos \Delta\omega t + b. \quad (2.42)$$

A T_2 időt meghatározhatjuk a (2.42) egyenlet illesztésével. Továbbá meghatározható még a $\Delta\omega$, ami a vezérlés és a qubit frekvenciájának különbsége (lásd 2.7. ábra).

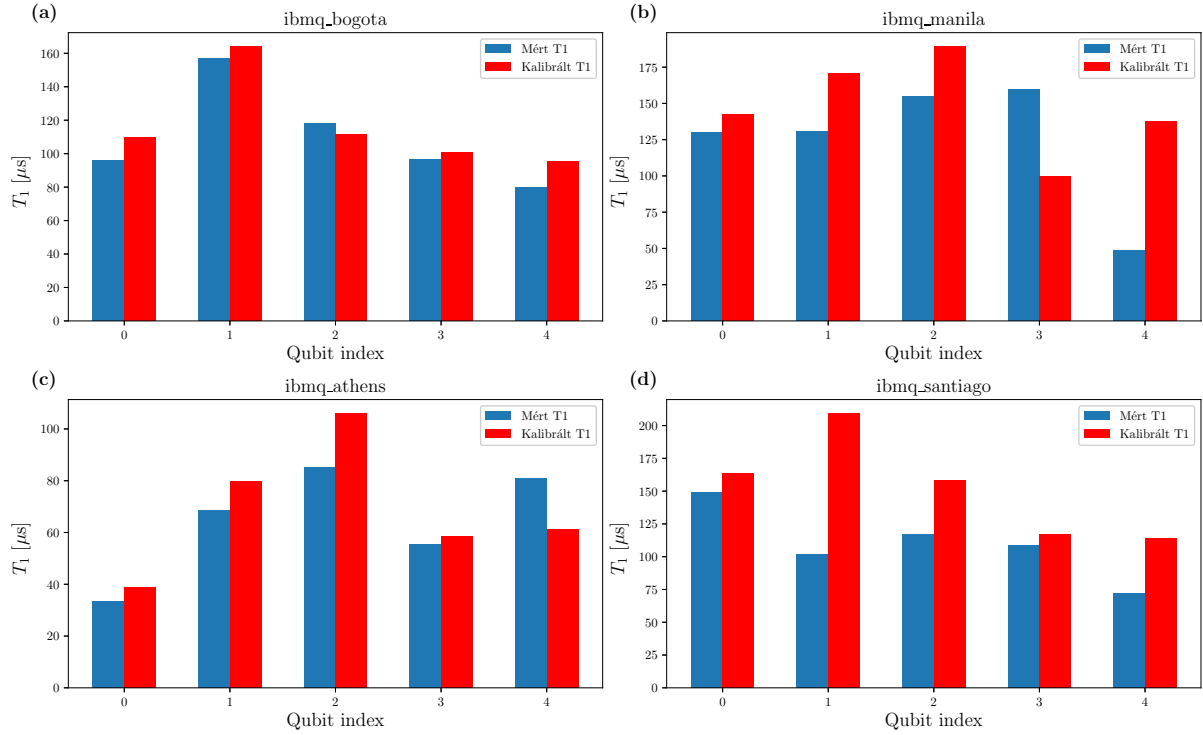
3. fejezet

Eredmények

A qubitek minősége kapcsolatban van azzal, hogy mennyire erős dekoherencia jelensége, ugyanis csak a dekoherencia által meghatározott időskálán lehet, értelmes kvantumszámításokat végezni, mert ezen az időskálán túl már túl jelentős a kvantuminformáció veszteség. A T_1 és T_2 idők határozzák meg a dekoherencia időskáláját, és minél erősebbek a dekoherenciát létrehozó kölcsönhatások, annál rövidebb ez az időskála, ezért a qubiteknek fontos jellemzői a T_1 és T_2 idők. A jelenlegi T_1 és T_2 idők nagyságrendileg a 10–100 μ s-os tartományba esnek, az IBM által használt transmon qubitek esetében. Ez már elegendő arra, hogy 100 db egy qubites kaput is elvégezzünk egymás után, jelentős dekoherenciából adódó információ veszteség nélkül, de kapuhibák miatt továbbra sem lehet ilyen mély áramköröket végrehajtani.

3.1. Relaxációs idők vizsgálata

Az IBM által elérhetővé tett gépeken elvégezhetjük a T_1 és T_2 idők mérését, a 2.5 és 2.6 részekben leírt módszerek segítségével. A T_1 mérések eredményét a 3.1. ábra mutatja. A négy gép qubitjein elvégzett mérések nagyságrendileg mindig azonos eredményt adnak az IBM által mért kalibrációs értékekkel, azonban sok esetben akár egy 2-es szorzó is lehet a mért és kalibrált értékek között. A különbség egyik oka az utolsó kalibráció és a mérés időpontja között eltelt idő, ugyanis minél hosszabb idő telik el a kettő között, annál nagyobb lehet a különbség. A kalibráció fontos a kvantumszámítógépek használatához, ugyanis a kalibráció során lehet beállítani a qubit vezérléséhez és kiolvasásához szükséges vezérlési paramétereket. Ha ezek a vezérlési paraméterek nincsenek jól beállítva, mind a kapuk végrehajtása és a qubitek kiolvasása pontatlan lesz. Ugyan a T_1 mérés nem érzékeny a kiolvasási hibára és a kapu hibára, ha a qubit jól van kalibrálva, ha a kalibráció pontatlan a kiolvasási hiba nem csak statisztikus, hanem szisztematikus hibát is fog tartalmazni, amire már érzékeny lehet a T_1 mérés. Másik oka az eltéréseknek a qubit hőmérsékletének megváltozása. Ugyan is, ahogy azt a (2.34) egyenlet is mutatja, a T_1 idő

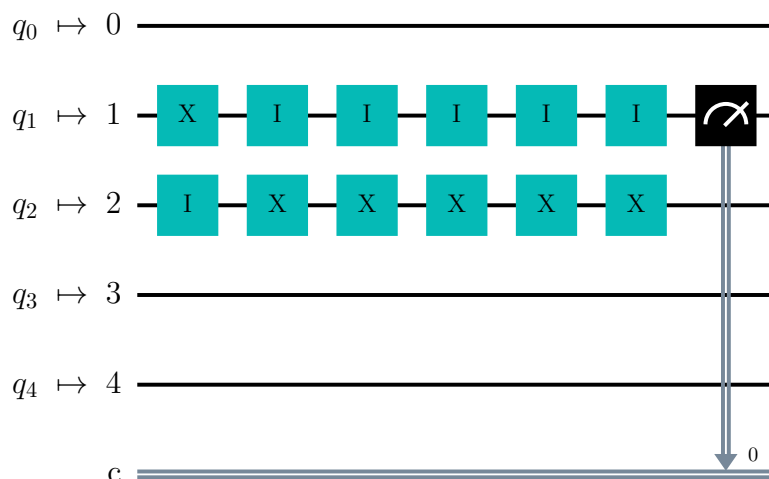


3.1. ábra. A T_1 idők mérése az IBM által szolgáltatott gépeken. A qubitek kalibrációjakor az IBM megméri a qubitek T_1 idejét, ezek az ábrákon szereplő kalibrált idők (piros). A T_1 időket mi is meghatároztuk a 2.5 részben leírt módszer segítségével (kék). Az ábrán négy különböző gép szerepel. (a) ibmq_bogota, (b) ibmq_manila, (c) ibmq_athens, (d) ibmq_santiago.

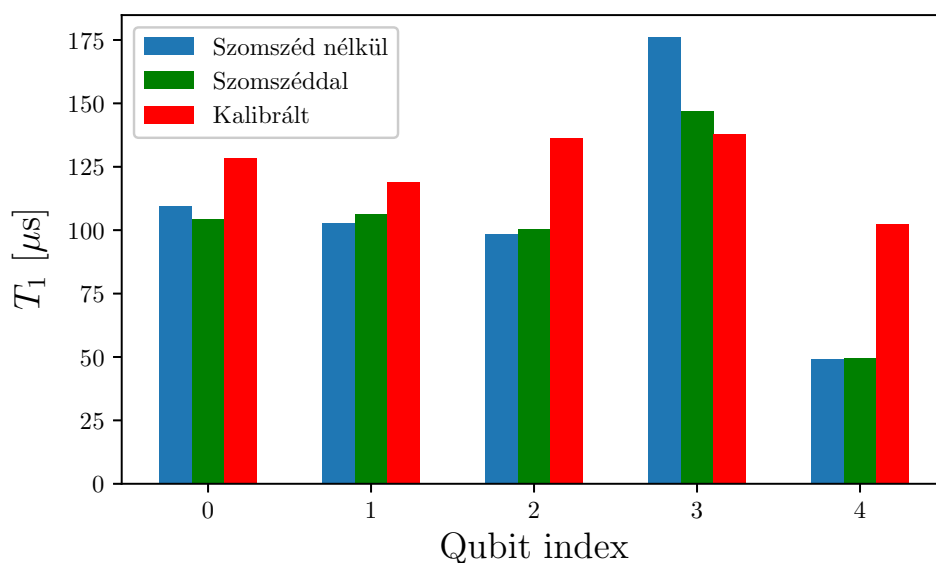
függ a hőmérséklettől.

3.2. Qubitek kölcsönhatása

A qubitek kölcsönhatnak egymással a kvantumregiszteren belül, ez egész egyszerűen a qubitek fizikai kapcsolata miatt van, ami feltétlenül szükséges a több qubites kapuk végrehajtásához. A nagyméretű kvantumszámítógépek építése ezért nagy kihívást jelent, ugyanis minél több qubitet szeretnénk elhelyezni a kvantumregiszterbe, annál nehezebb megelőzni a qubitek nemkívánatos kölcsönhatását a kvantumregiszteren végrehajtott operációk során [14]. Meg lehet vizsgálni, hogy a qubitek közötti kölcsönhatás, hogyan befolyásolja a qubiteknél a dekoherencia folyamatát, ehhez megmérhetjük, hogy hogyan változik a qubit T_1 ideje, ha a szomszédos qubiteken végrehajtottunk egy qubites kapukat. A méréshez használt áramkörökre egy példa a 3.2. ábrán látható. A 3.3. ábrán látható, hogy ha vizsgált qubittel szomszédos qubiteket vezéreljük, akkor a vizsgált qubitnek a T_1 ideje nem változik mérhető módon, ami arra utal, hogy a dekoherencia folyamatát nem nagyon befolyásolják a qubitek közötti kölcsönhatások.



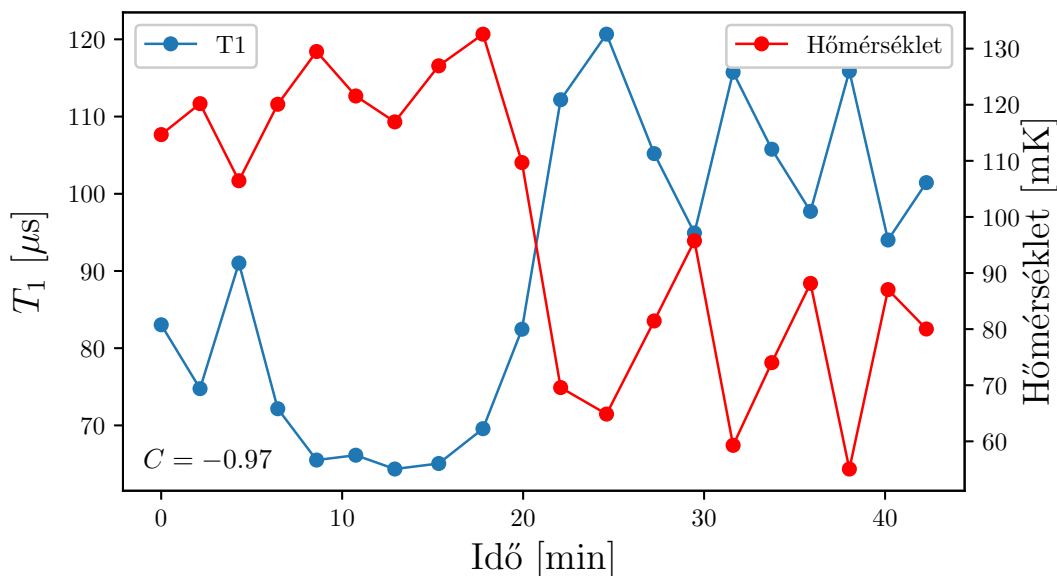
3.2. ábra. A qubitek közti kölcsönhatások vizsgálatára használt áramkör. Az egyik qubiten, ebben az esetben a q_1 qubiten, végrehajtunk egy T_1 mérést, míg egy másik szomszédos qubiten, ez most q_2 , pedig egy qubites kapuk sorozatát hajtjuk végre.



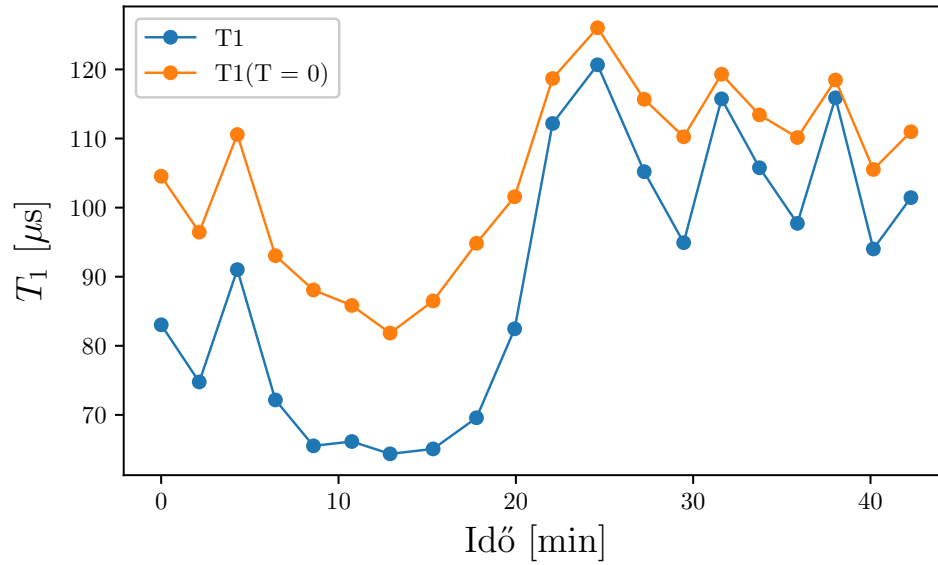
3.3. ábra. Az ábrán az ibmq_bogota gépen végzett T_1 idő mérések láthatók. Minden qubithez három T_1 érték tartozik. Az első érték (kék), a hagyományosan mért T_1 időt mutatja, amikor nem hajtunk végre semmilyen egyéb operációt a szomszédos qubiteken. A második érték (zöld), pedig azt a T_1 időt mutatja, amikor az egyik szomszédos qubiten egy qubites kapukat hajtunk végre mérés közben. A harmadik érték (piros), pedig az IBM által, a kalibrációkor mért T_1 idő.

3.3. A qubit jellemzőinek időbeli változása

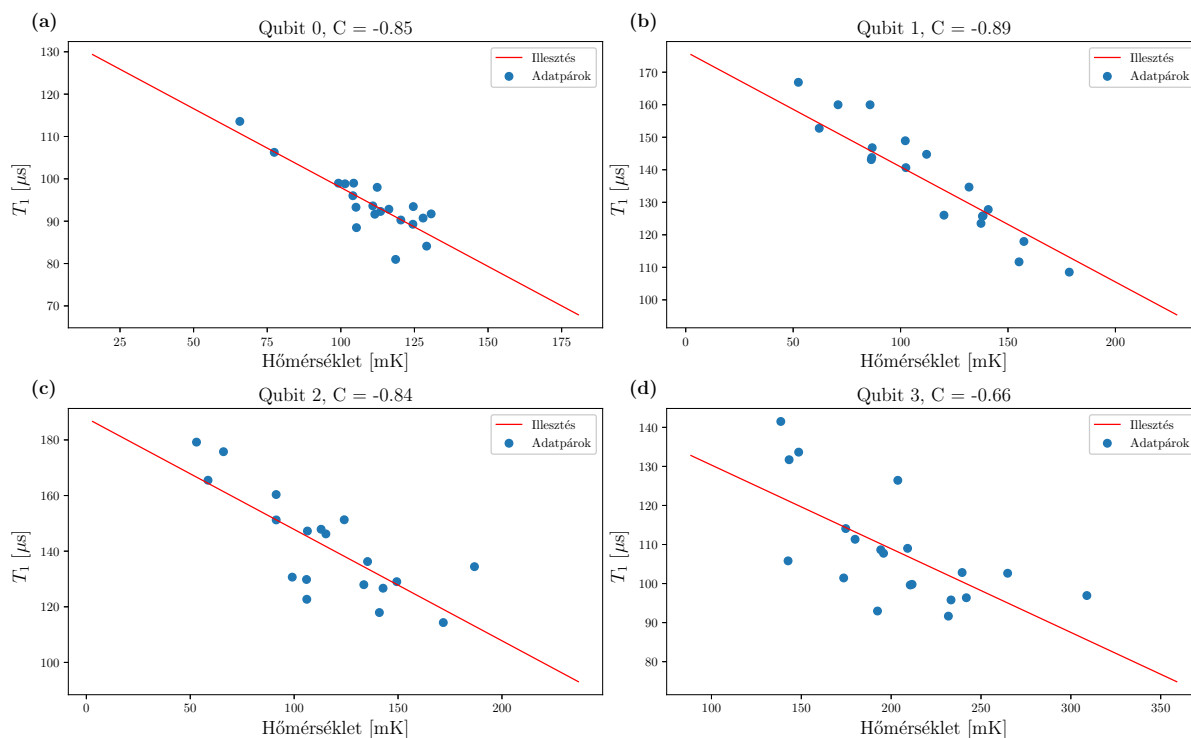
Az IBM gépek kvantum-processzorai körülbelül 15 mK hőmérsékletű hűtőben vannak tárolva, amire szükség van, hogy a szupravezető transmon qubitek jól működjenek, és T_1 és T_2 idők kellően nagyok legyenek. A qubitek mért hőmérséklete azonban sokat változik idővel és jelentősen nagyobb, mint a hűtő hőmérséklete (lásd 3.4. ábra). A vizsgált qubit hőmérsékletét és relaxációs idejét nyomon lehet követni időben a 2.5 részben leírt mérés ismételt elvégzésével. A qubit hőmérsékletének ingadozása és a qubit T_1 ideje között erős az antikorrreláció, amit a dekoherencia modell is jósol. A dekoherencia modell alapján vissza lehet számolni a qubit nulla hőmérsékleten vett T_1 idejét, ami lényegében a spontán emisszió folyamatának a karakterisztikus ideje. A spontán emisszió rátája ideális esetben állandó, így azt várnánk, hogy ha csak a hőmérséklet ingadozás okozza a T_1 idők változását, akkor a nulla hőmérsékleten vett T_1 idők időben állandóak. A 3.5. ábrán az látható, hogy a visszszámolt T_1 idők nem állandóak időben, csak kisebb a szórásuk, tehát nem csak a hőmérséklet ingadozás okozza a T_1 idők gyors változását. A hőmérséklet és a T_1 idők korrelációja jól megfigyelhető a 3.6. ábrán is. A qubitek hőmérsékletei között nem mutatható ki jelentős korreláció időben, azaz az egyes qubiteknek a hőmérséklete egymástól függetlenül ingadozik (lásd 3.7. ábra).



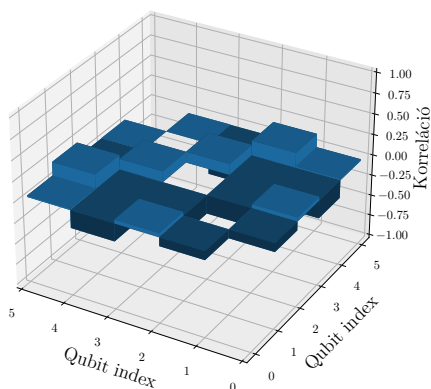
3.4. ábra. Az ábrán az ibmq_athens egyik qubitjén végzett, sorozatos T_1 idő és hőmérséklet mérés eredményét mutatja. A hőmérséklet és a T_1 érték párok között erős antikorrreláció figyelhető meg. A korrelációs együtthatójuk $C = -0.97$.



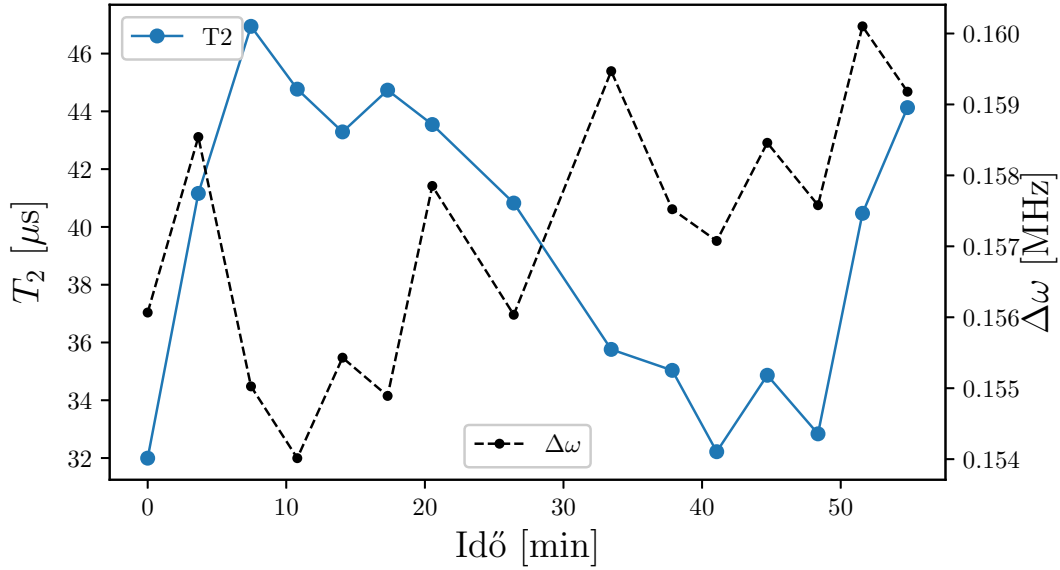
3.5. ábra. Az ibmq_atkens gép egyik qubitjén végzett sorozatos T_1 mérés eredménye. A (2.34) egyenlet segítségével, a hőmérséklet alapján meg lehet határozni a spontán emisszióknak az együtthatóját, ami egyben a qubit T_1 ideje $T = 0$ hőmérsékleten.



3.6. ábra. Az ibmq_bogota gépen végzett sorozatos hőmérséklet és T_1 adatpárok mérésének eredménye. (a) A 0-ás indexű qubit hőmérséklete és T_1 ideje közötti összefüggés. A hőmérséklet– T_1 adatpárok korrelációja $C = -0.85$. (b) Az 1-es indexű qubit hőmérséklete és T_1 ideje közötti összefüggés. A hőmérséklet– T_1 adatpárok korrelációja $C = -0.89$. (c) A 2-es indexű qubit hőmérséklete és T_1 ideje közötti összefüggés. A hőmérséklet– T_1 adatpárok korrelációja $C = -0.84$. (d) A 3-as indexű qubit hőmérséklete és T_1 ideje közötti összefüggés. A hőmérséklet– T_1 adatpárok korrelációja $C = -0.66$.



3.7. ábra. Az ibmq_bogota gépen végzett hőmérséklet mérések időbeli korrelációja a különböző qubitek között.



3.8. ábra. Az ibmq_athens gépen végzett sorozatos T_2 mérés. A mérést a 2.6 részben leírtak alapján történt. Az ábra mutatja a mért T_2 és $\Delta\omega$ paramétereket.

A qubiteken végezhetünk sorozatos Ramsey-kísérleteket, is amivel nyomon tudjuk követni a T_2 fázisvesztési idő változását, illetve $\Delta\omega$ -t, a qubit frekvenciájának a vezérlési frekvenciától való eltérését. A sorozatos Ramsey-kísérletek eredményét a 3.8. ábra mutatja. Jól látható, hogy mind a $\Delta\omega$ és T_2 értékek változnak idővel. Míg $\Delta\omega$ értékének relatív változása nem jelentős, a T_2 idő sokat változik rövid időn belül, aminek az egyik oka megint a hőmérséklet gyors változása. Másik oka a T_2 idők gyors változásának, hogy a Ramsey-kísérlet érzékeny külső zajokra, amik időnként teljesen elronthatják a mérést, mert a zajok teljesen elnyomják az oszcillációkat. A Ramsey-kísérlethez szükséges adott állapotok ismételt előállítását a megfelelő áramkör segítségével, hogy meghatározhassuk az állapotok valószínűségét, azonban, ha erősek a külső zajok az állapotok nehezen reprodukálhatóak. Ilyen zajok például a töltés zajok, és a mágneses fluxus zajok [10].

3.4. Összefoglalás

A dolgozat eredeti célja a qubitek nemkívánatos kölcsönhatásaiból származó effektusok vizsgálata volt a T_1 és T_2 idők mérésén keresztül, vagyis azok hogyan változnak meg a kölcsönhatások jelenlétében. Jól ismert a dinamikus szétcsatolás jelensége, amivel meg lehet növelni a dekoherencia időskáláját, azzal, hogy nem hagyjuk a qubitet szabadon fejlődni, hanem a qubitet folyamatosan vezéreljük, ezzel elnyomva a dekoherencia jelenségét. [15]. Ezért felmerül a kérdés, hogy hasonló jelenség áll-e fent, ha a szomszédos qubiteket vezéreljük, azonban a 3.2 részben leírtak alapján, ha van is ilyen jelenség azt nem lehet a 2.5 és 2.6 részekben leírt módszerekkel megmérni az IBM gépein.

A 2.2 részben leírt dekoherencia modell alapján végeztünk T_1 és T_2 méréseket, amikkel

karaktizáltuk az IBM által elérhetővé tett gépek qubitjeit. A T_1 és T_2 idők nagyságrendileg mindig megfeleltek az IBM által közzétett adatokkal, de az értékek egymástól időnként egy nagyságrenden belül jelentősen eltértek. Az eltéréseknek egy fő okát sikerült megállapítani, ami a qubit hőmérsékletek ingadozása volt. Ezt sikerült alátámasztani mérésekkel, amikből kiderült, hogy a mért qubit hőmérséklete és T_1 ideje között jelentős antikorrreláció van. A qubitek hőmérséklete jelentősen nagyobbak bizonyult (50–300 mK, lásd 3.6. ábra) a körülbelül 15 mK hőmérsékletű hűtő hőmérsékleténél, amiben a qubiteket tárolták. Sikerült megmérni az `ibmq_bogota` gépen a qubitek hőmérsékletének időbeli korrelációját, amiből kiderült, hogy a qubitek hőmérséklete egymástól függetlenül ingadozik, vagy legalábbis kevésbé befolyásolják egymást.

Megvizsgáltuk továbbá Ramsey-kísérletek segítségével, hogy hogyan változik időben a T_2 idő és $\Delta\omega$ elhangolódottság. A mérésből kiderül, hogy rövid időn belül, a $\Delta\omega$ érték nem változott sokat, ezzel ellentétben a T_2 idő, a T_1 időhöz hasonlóan jelentősen ingadozott. A Ramsey-kísérleteknél sokszor problémát jelentett a különböző sztochasztikus zajok jelenléte, amiknek köszönhetően időnként egyáltalán nem sikerült meghatározni a T_2 időt és a $\Delta\omega$ frekvenciát.

A fenti eredményekből arra a következtetésre juthatunk, hogy az IBM által használt transmon qubiteknek, a dekoherenciára való érzékenységüket leíró paraméterek időben sokat változnak, tehát a különböző qubitek minősége a dekoherencia szempontjából idővel jelentősen javulhat, vagy romolhat. A mért T_1 és T_2 idők egészen hosszúak, amik már lehetővé tennék a közepesen mély áramkörök végrehajtását is (10-100 kapu), azonban a kapuhibák, elsősorban a két qubites kapuk hibája nagyon nagy ($\approx 1\%$), ami ellehetleníti a komplikáltabb áramkörök futtatását.

Irodalomjegyzék

- [1] Stephen Cook. The p versus np problem. <http://www.claymath.org/millennium-problems/p-vs-np-problem>, 2000. Official Problem Description.
- [2] Adam Smith, M. S. Kim, Frank Pollmann, and Johannes Knolle. Simulating quantum many-body dynamics on a current digital quantum computer. *npj Quantum Information*, 5(1):106, Nov 2019.
- [3] M. A. Nielsen and I. L. Chuang. *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press, Cambridge, 2010.
- [4] Richard P. Feynman. Simulating physics with computers. *International Journal of Theoretical Physics*, 21(6):467–488, Jun 1982.
- [5] David Deutsch and Richard Jozsa. Rapid Solution of Problems by Quantum Computation. *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, 439(1907):553–558, December 1992.
- [6] Ethan Bernstein and Umesh Vazirani. Quantum complexity theory. *SIAM Journal on Computing*, 26(5):1411–1473, 1997.
- [7] Peter W. Shor. Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer. *SIAM Journal on Computing*, 26(5):1484–1509, 1997.
- [8] Frank Arute et al. Quantum supremacy using a programmable superconducting processor. *Nature*, 574(7779):505–510, Oct 2019.
- [9] Héctor Abraham et al. Qiskit: An open-source framework for quantum computing, 2019.
- [10] P. Krantz, M. Kjaergaard, F. Yan, T. P. Orlando, S. Gustavsson, and W. D. Oliver. A quantum engineer’s guide to superconducting qubits. *Applied Physics Reviews*, 6(2):021318, 2019.

- [11] Jens Koch, Terri M. Yu, Jay Gambetta, A. A. Houck, D. I. Schuster, J. Majer, Alexandre Blais, M. H. Devoret, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf. Charge-insensitive qubit design derived from the cooper pair box. *Physical Review A*, 76(4), Oct 2007.
- [12] Carlos Alexandre Brasil, Felipe Fernandes Fanchini, and Reginaldo de Jesus Napolitano. A simple derivation of the lindblad equation. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 35(1):01–09, Mar 2013.
- [13] IBM Quantum. <https://quantum-computing.ibm.com>, 2021.
- [14] Dominik Hangleiter. Crosstalk diagnosis for the next generation of quantum processors. *Quantum Views*, 4:46, October 2020.
- [15] Lorenza Viola, Emanuel Knill, and Seth Lloyd. Dynamical decoupling of open quantum systems. *Phys. Rev. Lett.*, 82:2417–2421, Mar 1999.